

2007

Gradjevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

MATEMATIKA 2

1. ☒ a) Odrediti graničnu vrednost niza $x_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{x_n^2}{2}$, $n \in N$, $x_1 = \frac{1}{2}$.
1. ☒ b) Odrediti za koju vrednost realnog parametra p red $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n^p} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ konvergira.
2. ☒ c) Ispitati tok i precizno nacrtati grafik funkcije $f(x) = (2x+1)e^{-\frac{2}{x}}$.
3. ☒ d) Izračunati sledeće integrale :
☒ i) $\int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx$; ☒ ii) $\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$
10. ☒ e) Izračunati vrednost izraza $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$, ako je funkcija $z = z(x, y)$ definisana jednačinom $F(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}) = 0$, gde je F diferencijabilna funkcija.

Napomena. Studenti upisani po novom programu rade zadatke 1,2,3.
Ostali rade sve zadatke.

junski rok 2007,

1

2007

19.4.2007.

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

МАТЕМАТИКА 2

1. Испитати монотоност функције $f(x) = \frac{5x}{x^2+4}$, а затим доказати да је низ (a_n) , дефинисан са $a_1 = 2$ и $a_{n+1} = f(a_n)$ за $n = 1, 2, \dots$, конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. (25 поена)

2. Прецизно испитати функцију

$$f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x-4}}$$

и нацртати њен график. (45 поена)

3.

а) Израчунати интеграл $\int_{-1/2}^{1/2} x^2 \ln \frac{1-x}{1+x} dx$. (10 поена)

б) Израчунати интеграл $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{x-1}} dx$. (20 поена)

4. Наћи екстремуме функције $z = x^2 + y^2$, ако је $x^2 + 2xy + y^2 - 4 = 0$. (20 поена)

НАПОМЕНА. Студенти са једносеместралном Математиком 2 раде задатке 1-3, а остали - 1,2,3(а) и 4.

$$f'(x) = \sqrt{\frac{x}{x-4}} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x}{x-4}}} \cdot \frac{x-4-x}{(x-4)^2} =$$

$$= \frac{x}{x-4} + \frac{x}{x-4} \frac{(x-4)^2}{2\sqrt{\frac{x}{x-4}}} = \frac{x^2 - 4x - 2x}{\sqrt{\frac{x}{x-4}} (x-4)^2} = \frac{x^2 - 6x}{\sqrt{\frac{x}{x-4}} (x-4)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(2x-6)\sqrt{\frac{x}{x-4}}(x-4)^2 - (x^2-6x) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{\frac{x}{x-4}}} \cdot \frac{-4}{(x-4)^2} - \sqrt{\frac{x}{x-4}} \cdot \frac{2x-8}{(x-4)^2}\right)}{x(x-4)^3} =$$

$$= \frac{(2x-6)\sqrt{\frac{x}{x-4}}(x-4)^2 - x(x-6) \cdot \frac{(-2x+8-2x^2+8x)}{\sqrt{\frac{x}{x-4}}(x-4)}}{x(x-4)^3} = \frac{(2x-6) \cdot \frac{x}{x-4} (x-4)^{\frac{3}{2}} - x(x-6) \cdot (-2x^2+8x)}{x\sqrt{\frac{x}{x-4}}(x-4)^{\frac{5}{2}}}$$

$$= (2x-6)(x^2-8x+16) +$$

(3)

14.10.2006.

МАТЕМАТИКА 2

1. Нека је $f(x) = x + 1 + \operatorname{arctg} x$.
(а) Доказати да је функција f растућа на $(-\infty, +\infty)$.
(б) Доказати да је низ (x_n) , дефинисан са: $x_1 = -\sqrt{3}$, $x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$), конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

(2 + 23 поена)



Прецизно испитати функцију

$$f(x) = (x + 3)e^{-\frac{1}{x+1}}$$

и нацртати њен график.

(30 поена)

3. Израчунати интеграл $\int_0^\pi x \sin x \cos nx \, dx$, где је $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$.

(25 поена)



Израчунати интеграл

$$\int \frac{\cos x}{\sin x(5 - \cos^2 x)} \, dx.$$

(20 поена)

- Функција $z = z(x, y)$ је дефинисана једначином $x = zf\left(\frac{y}{z}\right)$, где је f диференцијабилна функција. Утврдити да ли је тачна једнакост.

✓
$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z.$$

(20 поена)

НАПОМЕНА. Студенти са једносеместралном Математиком 2 раде задатке 1-4, а остали 1-3 и 4'.

19. 9. 2006.

MATEMATIKA 2

1. Izračunati sledeće granične vrednosti: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{1 - \frac{1}{n}} - 1 \right)$ (25)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{2}}$; (13+12)

2. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x-1}}$. (25) 15

3. Izračunati sledeće integrale:

a) $\int \frac{\arccos e^x}{x^2} dx$; b) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} x^2 \sqrt{1-x^2} dx$. (15+10) 40

4. Naći dužinu luka krive L date sa $y = \ln x$, $x \in [\sqrt{3}, \sqrt{8}]$. (25)

5. Izračunati vrednost izraza $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z$, ako je $z = z(x, y)$ definisana jednačinom

$F\left(\frac{y}{x}, \frac{z^2 + y^2 + x^2}{x}\right) = 0$, gde je F diferencijabilna funkcija. (25) 5

Napomena. Studenti upisani po novom programu rade zadatke 1,2,3,4.

Ostali rade zadatke 1,2,3,4'.

$$8 \quad \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \dots$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-y'}{1 + z}$$

$$x = u \sin t$$

$$u = \sin t$$

MATEMATIKA 2

1. a) Ispitati konvergenciju reda $\sum_1^{\infty} \frac{(n+1)^{n+1}}{n!}$. (10)
b) Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda $\sum_1^{\infty} (a^2 + 2a)^n$, u zavisnosti od realnog parametra a . (15)
2. Ispitati tok i precizno nacrtati grafik funkcije $f(x) = (x^2 + x)e^{\frac{1}{x+1}}$. (25)
3. Izračunati sledeće integrale :
- a) $\int \frac{1}{x^2} \arctg(x^3) dx$; b) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x - \sqrt{1-x^2}}$. (15+15)
4. Izračunati vrednost izraza $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$, ako je funkcija $z = z(x, y)$ definisana jednačinom $F(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}) = 0$, gde je F diferencijabilna funkcija. (20)

- 4'. Aproksimirati funkciju $f(x) = \arctg x$ Maklorenovim polinomom trećeg stepena, a zatim, koristeći dobijeni rezultat, izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - x}{x^3}$. (20)

Napomena. Studenti upisani po novom programu rade zadatke 1,2,3,4'.
Ostali rade zadatke 1,2,3,4.

27. jun 2006. (II grupa)

Predmetni nastavnici
Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

19. 9. 2006.

MATEMATIKA 2

1. Izračunati sledeće granične vrednosti: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[3]{1 - \frac{1}{n}} - 1 \right)$

25

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{2}}$; (13+12)

2. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x-1}}$. (25)

15

3. Izračunati sledeće integrale:

$\int \frac{\arccos e^x}{e^x} dx$; $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} x^2 \sqrt{1-x^2} dx$. (15+10)

40

4. Naći dužinu luka krive L date sa $y = \ln x$, $x \in [\sqrt{3}, \sqrt{8}]$. (25)

5. Izračunati vrednost izraza $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$, ako je $z = z(x, y)$ definisana jednačinom

$\left(\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z}{x}} \right) = 0$, gde je F diferencijabilna funkcija. (25)

5

Napomena. Studenti upisani po novom programu rade zadatke 1,2,3,4.

Ostali rade zadatke 1,2,3,4'.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot 1 + \dots$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-y'}{1+y'}$$

$x = u$
 $u = \ln x$

4

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

26.4.2006.

МАТЕМАТИКА 2

● (а) Испитати монотоност функције $f(x) = \frac{x^2 + 6}{2x + 5}$.

(б) Доказати да је низ $x_1 = -7$, $x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. (3 + 22 поена)

2. Прецизно испитати функцију $f(x) = (x - 1)e^{\frac{1}{x-1}}$ и нацртати њен график. (27 поена)

● Израчунати интеграл $\int (x + 1) \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1} dx$. (25 поена)

✓ ● Ако су f и g два пута диференцијабилне функције и $u = f(xy) + \sqrt{xy}g(y/x)$, израчунати

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

(23 поена)

Gradjevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

30. januar 2007.

МАТЕМАТИКА 2

1. Dat je integral $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$, $n \in \mathbb{N}$.

a) Izračunati I_n ; (15 poena)

b) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{n^n}$; (10)

● Испитати ток и нацртати график функције $f(x) = (x + 1)e^{\frac{1}{x-1}}$. (25)

3. Израчунати integrale

● $\int \cos^2(\sqrt{x}) dx$; b) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$. (10 + 15)

4. Odrediti површину површи настале ротацијом криве $4x^2 + 16y^2 = 3$ око x -осе. (25)

✓ ● 1. Odrediti локалне екстремне вредности функције $f(x, y) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$. (25)

Напомена. Студенти уписани по новом програму раде задатке 1,2,3,4.
Остали раде задатке 1,2,3,4'.

MATEMATIKA 2

15
20

1. a) Dat je niz $x_{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{x_n^2}{2}$, $n \in \mathbb{N}$, $x_1 = \frac{1}{4}$. Dokazati da je niz rastući i ograničen, a zatim naći njegovu graničnu vrednost. (15 poena)
b) Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - \sin x)^{\frac{1}{x}}$. (10)
2. Ispitati tok i precizno nacrtati grafik funkcije $f(x) = e^x \sqrt{1-x}$. (25)
3. Izračunati integrale
a) $\int_1^{+\infty} 5^{-\ln x} dx$; b) $\int \frac{dx}{\lg x + 2}$. (12+13)
4. Odrediti lokalne ekstremne vrednosti funkcije
 $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$, $xy \neq 0$. (20)

Predmetni nastavnici

30. januar 2006. (II grupa)

Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

26.4.2006.

25
27

MATEMATIKA 2

1. (a) Испитати монотоност функције $f(x) = \frac{x^2 + 6}{2x + 5}$.
(б) Доказати да је низ $x_1 = -7$, $x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. (3 + 22 поена)
2. Прецизно испитати функцију $f(x) = (x-1)e^{-\frac{1}{1-x}}$ и нацртати њен график. (27 поена)
3. Израчунасти интеграл $\int (x+1) \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1} dx$. (25 поена)
4. Ако су f и g два пута диференцијабилне функције и $u = f(xy) + \sqrt{xy}g(y/x)$, израчунасти

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

(22 поена)

MATEMATIKA 2

1. Odrediti graničnu vrednost niza (x_n) , gde je $x_{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{x_n^2}{2}$, $n \in N$, $x_1 = \frac{1}{4}$. (20)
2. Ispitati tok i precizno nacrtati grafik funkcije $f(x) = (x^2 - x)e^{\frac{1}{x}}$. (25)
3. Izračunati sledeće integrale:
a) $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; b) $\int \frac{\sin^2 x dx}{(\sin x + \cos x)^4}$; c) $\int_{\ln 3}^{\ln 6} \sqrt{e^x - 3} dx$. (10+10+10)
4. Odrediti lokalne ekstremne vrednosti funkcije $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$. (25)

23. jun 2005.

Predmetni nastavnici
Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

MATEMATIKA 2

1. Dat je integral $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$, $n \in N$.
a) Izračunati I_n ; (10 poena)
b) Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{n^n}$. (10)
2. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = \frac{e^{2-x}}{1-2x}$. (30)
3. Izračunati integral
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$. (25)
4. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $z(x, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. (25)

20. septembar 2005.

Predmetni nastavnici
Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

Gradjevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

MATEMATIKA 2

1. Odrediti graničnu vrednost niza (x_n) , gde je $x_{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{x_n^2}{2}$, $n \in \mathbb{N}$, $x_1 = \frac{1}{4}$. (20)

2. Ispitati tok i precizno nacrtati grafik funkcije $f(x) = (x^2 - x)e^{\frac{1}{x}}$. (25)

3. Izračunati sledeće integrale:

$\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; $\int \frac{\sin^2 x dx}{(\sin x + \cos x)^4}$; $\int_{\ln 3}^{\ln 6} \sqrt{e^x - 3} dx$. (10+10+10)

4. Odrediti lokalne ekstremne vrednosti funkcije $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$. (25)

23. jun 2005.

Predmetni nastavnici
Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

$$(x-1)e^{\frac{1}{x-1}}$$

$$f'(x) = 0$$
$$f''(x) = \dots$$
$$f'''(x) = \dots$$

MATEMATIKA 2

1. Dat je integral $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$, $n \in \mathbb{N}$.
 - a) Izračunati I_n ; (10 poena)
 - b) Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{n^n}$. (10)
2. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = \frac{e^{2-x}}{1-2x}$. (30)
3. Izračunati integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}} \quad (25)$$

4. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $z(x, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. (25)

20. septembar 2005.

Predmetni nastavnici
Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

10/5/04
10/5/04
10/5/04

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

30.8.2005.

MATEMATIKA 2

у зависности од реалног параметра p испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt[n]{n} + 1}{n^p}$$

(25 poena)

2. Прецизно испитати функцију

$$f(x) = x \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

и нацртати њен график.

(30 poena)

Израчунавати интеграл $\int_1^2 \ln \left(1 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$.

(25 poena)

Функција $z = z(x, y)$ је дефинисана једначином $x = z f\left(\frac{y}{z}\right)$, где је f диференцијабилна функција. Утврдити да ли је тачна једнакост

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z.$$

(20 poena)

НАПОМЕНА. Забрањена је употреба јединица калкулатора, компјутера, мобилних телефона и сличних уређаја. Такође, забрањена је употреба „пикника“ и сличних руковођача. Прекршци ће бити кажњени са испита и кажењени.

Предметни наставници

проф. др М. Обрадовић
проф. др Б. Чукић

Autur Gata 1007/03

МАТЕМАТИКА 2

1. Нека је $f(x) = \frac{x^2+2}{2x+1}$.

(а) Испитати монотоност функције f .

(б) Ако је $a_1 = 2$ и $a_{n+1} = f(a_n)$ за $n = 1, 2, \dots$, доказати да је $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ковергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(5 + 20 поена)

2. Прецизно испитати функцију

$$f(x) = (2x-4)e^{1/(x-2)}$$

и нацртати њен график.

$$-\int_0^x \frac{1}{t^2+1} dt = -\left(\arctan t + C\right) \quad (30 \text{ поена})$$

3. Израчуinati интеграл $\int \frac{\sin x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$.

(20 поена)

4. Наћи екстремуме функције $u = x+y+z$, ако је $z = 1-x^2-y^2$ и $x+y+z = 0$.

(25 поена)

НАПОМЕНА. Зборамена је употреба јединица калкулатора, калкулације, мобилних телефона и сличних уређаја. Такође, забрањено је употреба „паметних“ и сличних уређаја. Прекршцић ће бити укључени са именима и казновени.

Предметни наставници
проф. др М. Обрадовић
проф. др Д. Ђурић

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

МАТЕМАТИКА 2

Трећи колоквијум (поправни)

1. Израчуinati површину тела насталога ротацијом око x -осе фигуре ограничене правом $2y = x+1$ и параболом $2y = x^2+1$.

2. Дата је крива $C: r = \left(\frac{t}{2} - \sin \frac{t}{2}, 1 - \cos \frac{t}{2}, 4 \sin \frac{t}{4}\right), t \in \mathbb{R}$.

(а) Испитати да ли је крива дата у природној параметризацији.
(б) Израчуinati $k(0)$ и $\tau(0)$.

3. Наћи оне тачке екстремума функције $u = x^2+y^2+z^2$, уз услове $x^2+xy+y^2-3=0$ и $z-1=0$, код којих је апсолутна позитивна.

MATEMATIKA 2

1. Data je funkcija $f(x) = e^{-x} \sqrt{x+1}$. (20)
 a) Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije; b) Ispitati konvergenciju reda $\sum_1^\infty f(n)$. (5)
2. Izračunati sledeće integrale:
 a) $\int (\arcsin x)^2 dx$; b) $\int_1^2 (x^2 - x) \sqrt{2x - x^2} dx$. (15+15)
3. Odrediti lokalne ekstremne vrednosti funkcije $f(x, y, z) = xyz$, ako je $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $x > 0, y > 0, z > 0$ (a, b, c su pozitivne realne konstante). (25)
4. Odrediti jednačinu one oskulatorne ravni krive $L: \vec{r} = \left(t, \frac{1}{2}t^2, \frac{1}{3}t^3\right)$, $t \in \mathbb{R}$, koja sadrži tačku $A(0, 0, 9)$. (10)
5. Aproximirati funkciju $f(x) = \ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}$ Maklorenovim polinomom četvrtog stepena i proceniti grešku aproksimacije ako $x \in \left[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right]$. (10)

da
URADIM

21. septembar 2004. (I grupa)

Predmetni nastavnici
Dr Vesna Jevremović i Dr Milutin Obradović

MATEMATIKA 2

1. Odrediti graničnu vrednost niza $x_{n+1} = \frac{a}{2} + \frac{x_n^2}{2}$, $a \in (0, 1]$, $n \in \mathbb{N}$, $x_1 = \frac{a}{2}$. (15 poena)
2. Ispitati tok i precizno nacrtati grafik funkcije $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$. (15)
 b) Odrediti površinu figure ograničene grafikom funkcije f , x -osom i pravom $x = 1$. (10)
3. Izračunati sledeće integrale:
 a) $\int \cos^2(\sqrt{x}) dx$; b) $\int \frac{dx}{\sin x \sqrt{1 + \cos x}}$. (10+15)
4. Odrediti lokalne ekstremne vrednosti funkcije $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ uz uslov $xyz = 1$ ($x > 0, y > 0, z > 0$). (20)
5. Aproximirati funkciju $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ Maklorenovim polinomom trećeg stepena, a zatim, koristeći dobijeni rezultat, naći $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^3}$. (10+5)

19. januar 2005.

Predmetni nastavnici
Dr Vesna Jevremović i Dr Milutin Obradović

МАТЕМАТИКА 2

1. У зависности од реалног параметра p испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n^2 + 4n)^p}{\sqrt[n]{n} + 1}$$

9
4
0
7
9
2
1
1

(22 поена)

2. Препиши испитати функцију

$$f(x) = 2 + \sqrt{\frac{x^3}{x-6}}$$

и нацртати њен график.

(23 поена)

3. Израчунајте интеграл

$$\int_{-1}^{-1} \frac{x \ln|x|}{(x^2 - 1)^{3/2}} dx.$$

(20 поена)

4. Дата је крива параметризацијом:

$$r = (ae^t, be^t \cos t, be^t \sin t), t \in \mathbb{R}.$$

Наћи производњу изразитељају дате криве, као и фрекцију криве у произвољној тачки.

Наћи екстремне функције $z = x^2 + y^2$, ако је $x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y - 4 = 0$.

(5 + 9 поена)
(21 поена)

НАПОМЕНА. Забрањена је употреба џепних калкулатора, компјутера, мобилних телефона и сличних уређаја. Такође, забрањена је употреба „пушпица“ и руковојора. Пререшоци ће бити угађени са испита и кажњени.

Предметни наставник
др б. Чупић

МАТЕМАТИКА 2

1. У зависности од реалног параметра p испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2n^2 - n)^p}{n^2 + n}$$

(21 поена)

2. Препиши испитати функцију

$$f(x) = \sqrt{\frac{(x+1)^2}{x-1}}$$

и нацртати њен график.

(23 поена)

3. Израчунајте интеграл $\int_1^2 (x+1)\sqrt{x^2+x} dx$.

(18 поена)

4. Нека је

$$z = \sqrt{\frac{x}{y}} f(x,y) + g\left(\frac{x}{y}\right),$$

где су f и g два пута диференцијабилне функције. Израчунајте

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

(16 поена)

5. Дата је крива

$$C: r = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \cos t - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin t, \frac{1}{\sqrt{6}} \cos t + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin t, -\sqrt{\frac{2}{3}} \cos t \right), t \in [0, 2\pi].$$

(а) Доказати да је крива C дата у природној параметризацији.

(б) Израчунајте флекцију криве C у произвољној тачки и доказати да све тачке нормале криве C пролазе кроз координатни почетак. Доказати да крива C лежи на сфери.

(в) Израчунајте торзију криве C у произвољној тачки и доказати да крива C лежи у једној равни. Написати једначину те равни.

(3 + 10 + 9 поена)

НАПОМЕНА. Забрањена је употреба џепних калкулатора, компјутера, мобилних телефона и сличних уређаја. Такође, забрањена је употреба „пушпица“ и руковојора. Пререшоци ће бити угађени са испита и кажњени.

Предметни наставник
др Љ. Чупић